

## **Modelización Estocástica de Probabilidad de Ruina para empresas de seguro en la rama de vehículos en Ecuador.**

**Stochastic Modeling of Ruin Probability for insurance companies in the vehicle branch in Ecuador.**

Alonso Verdezoto<sup>1</sup>

Fecha de recepción: 12/11/2017, Fecha de aceptación: 12/03/2018

### **RESUMEN**

La Ley de Seguros en Ecuador establece varias condiciones para proteger a las compañías de seguros, y a su vez, el de sus asegurados, con la finalidad que le permitan cumplir con todas sus obligaciones. Estas condiciones son, por ejemplo, un valor mínimo de reservas que debe tener una compañía de seguros (USD. 8,000,000.00), así como la posibilidad de realizar actividades de inversión para poder dotarse y cubrir los riesgos aleatorios. Sin embargo, por el dinamismo que tiene esta actividad, las condiciones que establece la Ley no son suficientes para evitar la ruina de una compañía de seguros. En tal virtud, es importante buscar mecanismos que permitan proteger a estas empresas. En este sentido, este trabajo desarrolla un modelo estocástico bajo la Simulación de Monte Carlo, que calcula la probabilidad de ruina para la empresa escogida y denominada como ABC de seguros en la rama de vehículos, siendo este un modelo colectivo de no vida bajo las primicias del modelo de los autores D. Daykin et al., ya que se ajusta a las variables financieras y económicas de una empresa de seguro. Bajo los parámetros de la empresa ABC, entre ellas una dotación de reserva inicial no muy lejano a USD. 8,000,000.00 como indica la Ley; se obtiene una probabilidad de 73%, siendo muy alta y preocupante para poder continuar con la actividad. Como solución se vuelve a simular el modelo con los mismos parámetros a excepción de la reserva inicial, incrementándolo a USD. 9,000,000.00, obteniendo como resultado una probabilidad de ruina de 0%. Con estos resultados se comprueba que no es suficiente el valor mínimo de reserva que establece la Ley de Seguros para garantizar una probabilidad de éxito en dotación de reserva para cubrir riesgos y para esto, la modelización estocástica propuesta ayuda a prevenir la insolvencia de una compañía de seguros.

**Palabras claves:** modelo colectivo, seguros de no-vida, reclamos, función reversa.

### **ABSTRACT**

The Insurance Law in Ecuador imposes several conditions to protect insurers in order to allow them to fulfill all their obligations. These conditions are, for example, a minimum value of the reserves (USD 8,000,000.00), as well as the possibility of carrying out investment activities in order to cover different kinds of risks. However, due to the dynamism of this activity, the conditions established by the Law are not sufficient to avoid the ruin of an insurance company. In such, it is important to find new mechanisms to protect these companies. This work develops a stochastic model under the Monte Carlo Simulation, which calculates the probability of ruin for a chosen car insurer company, denominated ABC. This is a collective model of non-life under the scoops from the model of the authors D. Daykin et al., since it is adjusted to the

---

<sup>1</sup> *Universidad Carlos III de Madrid y Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil – Ecuador, correo: alzoto@hotmail.com.*

financial and economic variables of an insurance company. Under the parameters of the ABC company, including an initial reserve around USD. 8,000,000.00 as indicated by the Law; a 73% probability is obtained which is quite high and troublesome. With this result it is not possible to continue with the activity. As a solution, the model is simulated again with the same parameters except for the initial reserve, increasing it to USD. 9,000,000.00, which result in a ruin probability of 0%. With these results it can be concluded that the minimum reserve value established by the Insurance Law is not sufficient to guarantee solvency and to cover risks. In this regard, the proposed stochastic modeling helps to prevent the insolvency of an insurance company.

**Key words:** Collective model, non-life insurance, claim, reverse function.

## I. INTRODUCCIÓN

La actividad del seguro es muy dinámica, en especial el de vehículos, debido a que siempre existe la incertidumbre que suceda un accidente o un evento que perjudique tanto al vehículo como a los tripulantes o a terceros, y este perjuicio al ser valorado puede sobrepasar lo que la compañía pueda cubrir. Para esto; el ente regulador de las compañías de seguros señala a través de la Ley de Seguros, el monto mínimo que una compañía debe tener en sus reservas, esto es USD. 8,000,000.00, y adicionalmente indica que, además de realizar la actividad de cobertura de riesgos también puedan realizar inversiones, con la intención de que pueda solventar la totalidad de eventualidades de sus asegurados. En la literatura, la información que entrega el gobierno acerca de una política podría tener diversos impactos en los agentes, según como se la emitió. Kuttner (2001) muestra que existen diferentes respuestas del mercado de futuros en Estados Unidos, particularmente ante modificaciones en la tasa objetivo de fondos; en esta investigación se muestra que cambios anticipados tienen un bajo impacto en las tasas de interés; en cambio, si el ajuste es inesperado, este provoca grandes cambios en las tasas. Mariscal et al. (2014) evidencian que la implementación de las metas de inflación en varios países latinoamericanos ha logrado que los shocks de inflación tengan un impacto relativamente pequeño en las expectativas de mediano plazo. Con estos resultados, los autores concluyen que estos regímenes de inflación han conllevado a que los bancos centrales tengan mayor credibilidad.

A pesar que existan regulaciones, las mismas no son suficientes para que garantice la solvencia de una compañía, debido a que cada empresa es distinta ya sea por el tamaño medido por montos de primas netas, por su riesgo medido en monto de siniestralidades, por los indicadores financieros o decisiones propias que tengan cada una de las empresas en estrategias comerciales. Bajo estos precedentes, se plantea un modelo estocástico que ayude a la empresa de seguro para este caso el de seguros generales: ramo vehículos a calcular la probabilidad de ruina de dicha empresa bajo ciertos parámetros; garantizando probabilísticamente que la empresa no caiga en ruina en el año siguiente, de acuerdo a las condiciones actuales de la empresa a testear, sus indicadores financieros e indicadores macroeconómicos.

El modelo a plantear es un modelo colectivo de no vida, bajo las primicias del modelo de los autores D. Daykin, T. Pentikäinen y M. Pesonen, en el cual, indican que dentro de las operaciones que tiene una empresa de seguros, se encuentran las operaciones financieras y pueden ser vistos en términos de una serie de entradas y salidas de efectivo o como activos y pasivos de la empresa. El modelo colectivo se basa en la teoría de riesgo que es asociada principalmente con los seguros de vida, y considerados como riesgos individuales, hasta que los trabajos de los suecos Lundberg (1909) y Cramér (1930) demostraron la

incidencia de los siniestros en forma colectiva sin referencia a las políticas individuales de las empresas, conociéndose como la teoría colectiva de riesgo, a la que se ajusta los seguros de no vida.

La importancia de este trabajo de investigación surge de la generación de un modelo que combina los tres sectores sociales en la economía, ya que influyen en la toma de decisiones de una compañía de seguros, estos son: el sector público por medio del Estado a través de la Ley de Seguridad Social con el caso de reserva mínima, sector externo a través de las tasas de intereses e inflación, y el sector privado a través de competitividad entre compañías seguros. Así mismo, este trabajo tiene como objetivo determinar la probabilidad de ruina de las compañías que operan en el ramo ya mencionado luego de un año de aplicación del monto mínimo requerido.

El modelo propuesto se lo realiza en Visual Basic para aplicación en EXCEL (en adelante VBA), para poder visualizar el comportamiento de la compañía bajo los parámetros planteados, y saber si tendrá baja o alta probabilidad que la empresa no tenga recursos suficientes para respaldar posibles siniestros futuros.

El presente trabajo de investigación está compuesto en ocho secciones, siendo este, La instrucción en la primera sección, como segunda sección la hipótesis a demostrar, luego en la sección tres se muestra el modelo propuesto, en el cual se presenta las variables que las conforma, en la cuarta sección se puede observar la aplicación del modelo, en esta sección se considera una empresa de seguros denominada ABC a la que se le aplica el modelo, así como la modelización de cada variable que conforma el modelo propuesto. Como quinta sección se presenta la Metodología, en la sexta sección se plantea los escenarios en los cuales se aplica el modelo propuesto, la séptima sección corresponde a los resultados y discusión finalizando con la sección ocho donde se muestran las principales conclusiones.

## II. HIPOTESIS

1. Las compañías de seguros de la rama vehículos serán solventes luego de 1 año, con las condiciones actuales tanto de la compañía como del ente regulador.
2. El modelo propuesto se ajusta a la actividad aseguradora del ramo de vehículos.

## III. MODELO PROPUESTO

Como se mencionó en la parte introductora el modelo propuesto, es un modelo colectivo de riesgo; debido a que los riesgos de no-vida (en este caso el de ramo de vehículos) son heterogéneos; esto quiere decir que sus patrones de riesgos individuales no son significativos en la inferencia ya que por asegurado hay un número de observaciones pequeños, siendo más significativo si se los consideraba como un todo a cada uno los riesgos de todos los asegurados.

El modelo propuesto por Daykin et al. (1993), analiza las fluctuaciones del excedente de una compañía de seguros; consideran a la actividad de seguros desde un enfoque más global, en el que involucran lo actuarial, financiero y contable. Por lo que parten de un balance financiero en el que hay activos y pasivos; y su exceso es el fondo de accionistas, el cual lo denominan margen de solvencia  $U(t)$  o reserva de riesgo, también se conoce como excedente (en Estados Unidos) o margen del activo (en el Reino Unido). Este margen de solvencia es el capital libre que deben hacer frente a los riesgos que afronta la compañía.

$$U(t) = A(t) - L(t) \quad (1)$$

Donde,

A(t): Activos de la compañía de seguros  
 L(t): Pasivos de la compañía de seguros  
 U(t): Margen de Solvencia o Reserva de riesgo

Continuando con el modelo y no alterando la definición inicial, las operaciones financieras de una compañía de seguros pueden ser vistos en términos de flujo de efectivo o caja (una serie de entradas y salidas de efectivo), obteniendo la siguiente ecuación:

$$U(t) = \underbrace{U(t-1) + B(t) + J(t)}_{\text{Act}(t)} - \underbrace{S(t) - E(t) - R(t) - D(t)}_{\text{Pas}(t)} \quad (2)$$

Donde,

U(t-1): Reserva Inicial o anterior  
 B(t): Primas (ingresos)  
 J(t): Inversiones (rendimientos)  
 S(t): Siniestralidad Agregada  
 E(t): Gastos  
 R(t): Coste neto de reaseguro  
 D(t): Dividendos  
 Act(t): Activo  
 Pas(t): Pasivo

Este modelo depende de su reserva inicial más las primas cobradas menos los siniestros totales, además como parte de ingreso incluye los rendimientos de las inversiones que va realizar la compañía y como egreso los gastos que posee, el coste neto de contratar un reaseguro y los dividendos que corresponde dar a los accionistas.

Siendo este un proceso estocástico en tiempo continuo más completo y dinámico, ya que no solo involucra el tiempo, sino que se considera el valor del dinero en el tiempo, por lo que, las variables también dependerán de las fluctuaciones que tengan la tasa de interés e inflación.

$$U_t = U_{t-1}e^{it} + B_t e^{\pi t} + J_t e^{it} - S_t - E_t - R_t - D_t \quad (3)$$

Donde,

$i$  = Tasa de interés  
 $\pi$  = Inflación

Otros autores señalan que el modelo debe ser lo más sencillo posible y manteniendo las características importantes del proceso, se denota los ingresos por primas netas de gastos y netas de reaseguros P(t) como:

$$P(t) = B(t) - E(t) - R(t) \quad (4)$$

Llegando a tener un modelo estocástico para una compañía de seguros más sencillo y elegante:

$$U(t) = U(t-1) + P(t) + J(t) - S(t) - D(t) \quad (5)$$

Por limitaciones de información, el modelo a seguir en el trabajo queda de la siguiente manera:

$$U(t) = U(t-1) + P(t) + J(t) - S(t) \quad (6)$$

Siendo,

$$P(t) = B(t) - E(t) \quad (7)$$

#### IV. APLICACIÓN DEL MODELO

Se escoge una compañía mediana, de las 28 entidades reportadas en la Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros del Ecuador, para esto se considera su ranking de primas neta emitida (4%) y ranking de siniestralidad (6%), denominándola como compañía ABC. Una vez escogida la empresa, se parte de su balance general de una compañía como indica Daykin et al. (1993), siendo el siguiente:

<b>ACTIVO</b> 90,890,193.00	<b>PASIVO</b> 86,623,614.00
	<b>PATRIMONIO</b> 8,266,579.00
<b>TOTAL:</b> 90,890,193.00	<b>TOTAL:</b> 90,890,193.00

*Tabla 1: Balance General al 30/11/2016. Elaborado por el autor*

Siendo el patrimonio (8,266,579.00 Usd.) la reserva inicial  $U(t-1)$  con que se inicia el modelo, no pudiendo ser menor a 8,000,000.00 Usd. de acuerdo a la Ley General de Seguros en su artículo innumerado luego del artículo 14 que indica:

“El capital pagado no podrá reducirse a una cantidad inferior al mínimo legal y se incrementará por decisión de la junta general de accionistas o por disposición del Superintendente de Compañías, Valores y Seguros.”

En el cual la cantidad mínima legal es la que señala el artículo 14:

“El capital pagado mínimo legal para la constitución de las compañías que conforman el sistema de seguros será el siguiente: a) De seguros, será de USD 8'000.000 (ocho millones de dólares de los Estados Unidos de América).”

A continuación, se modelizará las otras variables, para poder llegar al objetivo de que a través de simulaciones se pueda calcular la probabilidad de ruina.

#### Siniestralidad agregada $S_t$ .

La Siniestralidad agregada, que sigue una Distribución de Poisson compuesta, es la suma aleatoria acumulada de las reclamaciones al tiempo  $t$ .

$$S_t = X_1 + X_2 + \dots + X_{N(t)} \quad (8)$$

La teoría colectiva de riesgo propone determinar distribuciones de probabilidades del monto total de las reclamaciones por portafolios homogéneos y ya no por cada póliza que contiene dicho portafolio; construyéndose a partir de las variables aleatorias:

<i>Variable:</i>	<i>Frecuencia de siniestros</i> $N_t$	<i>Monto de siniestros</i> $X_1, X_2, \dots, X_{N(t)}$	<i>Tiempos entre-arribo</i> $Y(t)$
<b>Definición:</b>	Número de reclamaciones contingentes en un periodo determinado con intervalo $[0, t]$	variables aleatorias mutuamente independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d), e independientes del tiempo de ocurrencia de reclamos (siniestros) y denominan así a los pagos de siniestros por la compañía dentro de $t$ .	son variables aleatorias <i>i.i.d</i> , y denominan así a los tiempos que transcurren entre dos reclamaciones sucesivas
<b>Distribución:</b>	Proceso de Poisson $\{N(t)\}$ de intensidad constante $\lambda$ , en el intervalo de tiempo: $0 \leq t < \infty$ .	Distribución Gamma con parámetros: $\alpha > 0$ $\theta > 0$	Distribución exponencial con parámetro $\lambda$ .

**Tabla 2:** Variables de la Siniestralidad Agregada. Elaborado por el autor

Como se observa cada variable sigue una distribución (como hipótesis) y cada distribución tiene su parametrización, de manera que, para encontrar los parámetros de dichas variables, se optó por utilizar la información expuesta en la página web de la Superintendencia de Compañías y de la Agencia Nacional de Tránsito (ANT) (ANT, 2017).

Para la variable Tiempo Inter-arribo se indicó que sigue una distribución exponencial con parámetro  $\lambda$ , que es el número promedio de siniestros, siendo este mismo parámetro utilizable para la variable  $Nt$  que sigue una distribución de Poisson; para calcularlo, se toma la información más reciente que tenga la ANT, esta es, “Siniestros según día y hora de ocurrencia a Nivel Nacional” desde enero de 2017 a julio 2017 y la información de la Superintendencia de Compañías y Seguros en el que se obtiene el ranking de compañías de seguros por siniestros netos, escogiendo este periodo y no un 2016 o 2015, debido a que; se desea saber una probabilidad en un tiempo futuro.

MES	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES	SABADO	DOMINGO
ene-17	68.8	69.8	73.5	69.75	78	92	96.4
feb-17	78.75	72.75	75.5	81.25	91.5	96.5	96.75
mar-17	66.25	64	65	69.6	80.4	90.25	91.5
abr-17	66.5	73.5	71.25	75.5	78.25	92.4	90.4
may-17	67.6	73.2	64.4	70.5	93.25	94.75	93.25
jun-17	75	64	62.75	68.6	84.8	106	98.5
jul-17	72.4	70.5	70.75	71.5	79.25	96.4	91.8

**Tabla 3:** Número de siniestros diarios.

Fuente: Agencia Nacional de Tránsito. Elaborado por el autor

Como se puede observar a nivel nacional, el número de siniestros por día no supera en el peor de los casos a 120 siniestros por día, y tampoco es inferior a 60 accidentes por día, teniendo una media de alrededor de 80 siniestros por día, siendo los días sábado y domingo los más expuestos en siniestros.

De acuerdo a ABC S.A., su ranking de siniestros es del 6% del total de siniestros para el ramo de vehículos, es decir, el número promedio de accidente de tránsito reportados en cada día de la semana, se toma el 6% de la tabla de siniestros diarios a nivel nacional y obtener la media condicional, siendo este el parámetro que se está buscando.

MES	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES	SABADO	DOMINGO
ene-17	4.128	4.188	4.41	4.185	4.68	5.52	5.784
feb-17	4.725	4.365	4.53	4.875	5.49	5.79	5.805
mar-17	3.975	3.84	3.9	4.176	4.824	5.415	5.49
abr-17	3.99	4.41	4.275	4.53	4.695	5.544	5.424
may-17	4.056	4.392	3.864	4.23	5.595	5.685	5.595
jun-17	4.5	3.84	3.765	4.116	5.088	6.36	5.91
jul-17	4.344	4.23	4.245	4.29	4.755	5.784	5.508
<b>E[X/Y]</b>	<b>4.24542857</b>	<b>4.18071429</b>	<b>4.14128571</b>	<b>4.34314286</b>	<b>5.01814286</b>	<b>5.72828571</b>	<b>5.64514286</b>

*Tabla 4: No. De Siniestros diarios promedio para la Compañía ABC.*

*Fuente: Agencia Nacional de Tránsito. Elaborado por el autor*

Aplicando una de las propiedades de media condicional se obtiene:

$$E[E[X/Y]] = E[x] \quad (9)$$

$$\lambda = E[x] = 4.75 \equiv 5$$

Esto quiere decir, que la compañía ABC tiene en promedio 5 siniestros por día y sigue una distribución exponencial para determinar el tiempo inter-arribo y una distribución Poisson para determinar el número de siniestros que incurre en cada día. Para obtener el parámetro de Monto de siniestro (o Cuantía de siniestro), es necesario saber el costo medio de la compañía, esto se lo obtiene dividiendo el coste total de siniestros para el número de siniestros ocurridos, de manera que con la información obtenida de la Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros, esta es, el Costo de Siniestro de la compañía escogida, y el porcentaje de participación en siniestros para el mismo periodo; además del número de siniestros a nivel nacional por el mismo periodo (información de la ANT, obtenemos el coste medio de siniestro de la siguiente manera:

	Descripción	jun-17
A	Coste de Siniestro Total de la Compañía ABC	\$5,767,076.86
B	No. de Siniestros a nivel nacional	2,392.00
C	% de siniestro de la Compañía ABC	6%
$d=b*c$	No. de Siniestros de la Compañía ABC	143.52
$e=a/d$	Coste medio de Siniestro mensual	<b>40,183.09</b>

*Tabla 5: Cálculo de cuantía de siniestro. Elaborado por el autor*

Teniendo en cuenta que el Coste medio de Siniestro es mensual, transformándolo a diario, es de 1,339.44 2USD. Con estos parámetros obtenidos, ya tenemos completa la variable siniestralidad agregada para su simulación conjunta con las demás.

<sup>2</sup> Se calcula el valor diario asumiendo que los meses son de 20 días

### Prima $B(t)$

La prima de un seguro, es el precio del seguro, es decir, el valor económico que debe aportar el asegurado por la transferencia del riesgo bajo las coberturas estipuladas en la póliza que durante el tiempo de vida de la póliza el asegurador está obligado en cumplir.

Por lo que, esa transferencia de riesgo se la puede valorar como el valor esperado de la siniestralidad agregada, siendo este la prima pura, no obstante, el asegurador también debe tomar en cuenta otros gastos que involucran al siniestro, como los gastos de peritación, de procedimiento, etc.; estos gastos los denominamos gastos de gestión interna. Y por último el coste de gastos de actividad comercial como son comisiones, premios. Estos se los denomina gastos de gestión externa.

A estos gastos se los puede representar con un solo ratio, conocido como Recargo de Seguridad Relativo ( $\sigma$ ). De manera que, la prima va estar conformado por la media o Esperanza de la Siniestralidad Total en un año  $E[S_1]$  más un recargo representado por  $E[S_1] \sigma$ , como se muestra en la ecuación siguiente:

$$c = E[S_1] + \sigma E[S_1] \quad (10)$$

Simplificando,

$$c = E[S_1](1 + \vartheta) \quad (11)$$

Donde,

$$E[S_1] = E[N_1]E[X] \quad (12)$$

$E[N_1]$ : Media de número de siniestros

$E[X]$ : Media de cuantía de siniestros

Para el parámetro de la prima esto es, el Recargo de Seguridad Relativo, se considera un 25.05%, ya que las comisiones para el tipo de compañía que se va a simular esta entre 15% a 26% de acuerdo a la tabla de la Superintendencia de Compañías de seguros denominado "Ranking de comisión de Asesores- Productores de Seguro por Ramo" (ver Anexo No.1). En dicha tabla, se muestra 20 compañías de brokers, tomando las 12 últimas, ya que los clientes de estas son compañías de seguros con características similares a la testeada, tanto en los ratios de siniestralidad como en el porcentaje de primas emitidas.

### Gastos $E(t)$

Para este modelo, se toma la aproximación de Daykin et al. (1993), en que indican que los gastos de una compañía de seguros son asumidos por un ratio constante de los ingresos de la prima.

$$E(t) = e * B(t) \quad (13)$$

Para el caso del parámetro para gastos, consideramos la tasa del gasto administrativo que posee la compañía a julio 2017 esta es 24.64%, obtenida de los indicadores financieros a julio del 2017.

### Estructura Temporal de los Tipo de interés $ETI(t)$



Para el modelo propuesto se va utilizar una tasa de tipo de interés a corto plazo, siendo este principal factor influyente en la dinámica de la estructura temporal de tipo de interés (ETTI), escogiendo el modelo de Vasicek.

**Modelo de Vasicek.**

Es un modelo lineal donde su elasticidad de varianza es cero ( $Y = 0$ ), esto da la posibilidad de tener tasas de interés negativo, que anteriormente era inverosímil pero actualmente en el mercado ya se puede observar, y de acuerdo a (Montoya, 2009) la ecuación queda de la siguiente forma:

$$dr_t = \alpha(\mu - r_t)dt + \sigma dZ_t \tag{14}$$

Discretizando la ecuación a través del método de Euler queda de la siguiente manera:

$$r_t = r_{t-1} + \alpha(\mu - r_{t-1})\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t} * \varepsilon_{t_t} \tag{15}$$

Para obtener los coeficientes del modelo, se genera una regresión lineal suavizada a través del programa SPSS, tomando como data el historial de la tasa mensual activa efectiva referencial de los últimos diez años (BCE, 2017) obteniendo los siguientes resultados:

<i>Coefficientes no estandarizados</i>			<i>Coefficientes estandarizados</i>		
<i>Modelo</i>	<i>B</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Beta</i>	<i>t</i>	<i>Sig.</i>
1 (Constante)	,261	,052		4,985	,000
ln_X	,885	,023	,891	38,882	,000

**Tabla 6:** Coeficientes<sup>a</sup>. Elaborado por el autor

a. Variable dependiente: ln\_Y

<i>Estadística de cambios</i>										
<i>Modelo</i>	<i>R</i>	<i>R cuadrado</i>	<i>R cuadrado ajustado</i>	<i>Error estándar de la estimación</i>	<i>Cambio de cuadrado de R</i>	<i>Cambio en F</i>	<i>df1</i>	<i>df2</i>	<i>Sig. Cambio en F</i>	<i>Durbin-Watson</i>
1	,891 <sup>a</sup>	,793	,793	,09056	,793	1,511,796	1	394	,000	2,685

**Tabla 7:** Resumen del modelo<sup>b</sup>. Elaborado por el autor

a. Predictores: (Constante), ln\_X

b. Variable dependiente: ln\_Y

La correlación es 0.891. Su cuadrado, 0.793, lo que indica una proporción de variación explicada de 79.3%. Además, se observa que el estadístico Durbin Watson es  $d > 2$ , de manera que en los residuos hay ausencia de autocorrelación, lo que indica de que su no distribución es aleatoria.

Por lo tanto, el modelo lineal es el siguiente:

$$r_t = \hat{\beta} + \hat{\theta}r_{t-1} + \varepsilon_t \tag{16}$$

Siendo,  
 $\beta$ : 0.261  
 $\Theta$ : 0.885

Por otra parte, el modelo Vasicek discretizado es:

$$r_t = r_{t-1} + \alpha(\mu - r_{t-1})\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\epsilon_t \quad (17)$$

Desglosando la ecuación:

$$r_t = r_{t-1} + \alpha\mu\Delta t - \alpha r_{t-1}\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\epsilon_t \quad (18)$$

$$r_t = \alpha\mu\Delta t + (1 - \alpha\Delta t)r_{t-1} + \sigma\sqrt{\Delta t}\epsilon_t \quad (19)$$

Se obtiene la misma ecuación de regresión lineal:

$$\begin{cases} r_t = \alpha\mu\Delta t + (1 - \alpha\Delta t)r_{t-1} + \sigma\sqrt{\Delta t}\epsilon_t \\ r_t = \hat{\beta} + \hat{\theta} r_{t-1} + \epsilon_t \end{cases} \quad (20)$$

Siendo más factible calcular  $\alpha$ , ya que  $\mu$  es la media de la serie histórica, en el caso de  $\sigma$  será el valor de la desviación de los residuos del modelo lineal, y con el supuesto de que:

$$\Delta t = 1$$

Entonces los parámetros para el modelo Vasicek son:

$$\alpha = \frac{1 - \hat{\theta}}{\Delta t} = \frac{1 - 0.885}{1} = 0.115$$

$$\mu = 8.90\%$$

$$\sigma = 0.23$$

### Modelización de la tasa de Inflación

La tasa de inflación es el ratio de crecimiento generalizado en el nivel general de precios de un conjunto de productos, cuantificando a través del Índice de precio al consumo (IPC), siendo esta un indicador económico muy usado y el conjunto de productos se lo denomina como la cesta de productos de una familia.

$$\pi_t = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \quad (21)$$

El modelo aplicar para describir el comportamiento del IPC es el Modelo de Wilkie (1986), que es un proceso autorregresivo de primer orden AR(1), el mismo que lo utilizó Pentakaien et al. (1989).

### Inflación: Modelo de Wilkie

El modelo de Wilkie (1986) para la inflación es una estructura cascada de causalidad unidireccional, siendo este también un proceso autorregresivo de primer orden AR(1) siendo el siguiente:

$$i_t = i_{t-1} - A(i_{t-1} - B) + C * Z(t) \quad (22)$$

Donde,

$I_t$  : es la fuerza de la inflación

A, B y C son constantes

A: coeficiente autoregresivo que controla la tendencia de regresión a la media

B: es la tasa promedio de la inflación

C: es la desviación estándar

Z (t) es una variable aleatoria unitaria normal.

Para obtener los coeficientes de este modelo, se hace el mismo procedimiento que se realizó para tasa de interés efectiva, obteniendo los siguientes resultados:

	<i>Media</i>	<i>Desviación estándar</i>	<i>N</i>
<i>LN_Y</i>	11,935	,68203	126
<i>LN_X</i>	12,196	,60584	126

*Tabla 8: Estadísticos descriptivos. Elaborado por el autor*

Como se observa en la Tabla 9, son significativos ambos coeficientes.

<b>Coeficientes<sup>a</sup></b>					
	<i>Coeficientes no estandarizados</i>			<i>Coeficientes estandarizados</i>	
<i>Modelo</i>	<i>B</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Beta</i>	<i>t</i>	<i>Sig.</i>
<i>1 (Constante)</i>	-,116	,041		2,806	,006
<i>ln_X</i>	1,074	,030	,954	35,339	,000

*Tabla 9: Coeficientes<sup>a</sup>. Elaborado por el autor*

a. Variable dependiente: ln\_Y

De acuerdo a la Tabla anterior los coeficientes son significativos al modelo ( $\text{Sig.} = 0 < 0.005$ ), realizando el mismo proceso con el mismo supuesto, se llega a tener los coeficientes del modelo de para la inflación, siendo:

Entonces los parámetros para el modelo son:

$$\alpha = \frac{1 - \hat{\theta}}{\Delta t} = \frac{1 - 1.074}{1} = -0.074$$

$$\mu = 1.21$$

$$\sigma = 0.30$$

## **Inversiones J(t)**

Para la variable inversiones se considerará lo que establece la Ley General de Seguros en su artículo 23:

*“Las compañías de seguros y compañías de reaseguros deben invertir sus reservas técnicas, al menos el sesenta por ciento (60%) del capital pagado y la reserva legal, en títulos del mercado de valores, fondos de inversión, instrumentos financieros y bienes raíces, en los segmentos y porcentajes definidos por la Junta de Política y Regulación Monetaria y Financiera, ...”*

## **Tesorería**

Modelización Estocástica de Probabilidad de Ruina para empresas de seguro en la rama de vehículos en Ecuador • Verdezoto

La variable tesorería no es netamente una variable de inversión, ya que, tomando la primicia de las finanzas sobre el valor del dinero en el tiempo, en la práctica todo empresario al menos deposita su dinero en algún banco o realiza póliza para que ese dinero genere una rentabilidad mínima en el tiempo y no se vea afectado por la inflación. Al tener un modelo de reserva estocástica continua, entonces esta variable se la proyecta con el modelo clásico determinista de capitalización continua.

$$VT_n = VT_0 e^{it} \quad (23)$$

Siendo la ecuación recursiva, la que se va aplicar a la simulación:

$$VT^{(j)} = VT^{(j-1)} e^{i\Delta t} \quad (24)$$

Donde,

$i$ : es la tasa de interés compuesta, siendo esta la rentabilidad libre de riesgo a través del ETTI

### Renta fija - Bonos

Los bonos son una inversión más segura y en cierto nivel adversa al riesgo (en especial los bonos del Gobierno o Letras del Tesoro), con relación a las inversiones de renta variable, en el que el asegurador puede adquirir algunos tipos de bonos: Bono cupón cero, Bono tipo fijo, Bono a tipo flotante. Para la valoración del bono, se lo puede obtener mediante el valor presente de interés continuo, o por la ecuación diferencial de los tipos de interés.

En el caso del valor presente de interés continuo se toma la misma metodología que se usó para la valoración de Tesorería, es decir, partiendo de una capitalización discreta se llega a un valor presente con interés continuo, siendo la ecuación:

$$VPB_n = VPB_0 e^{-it} \quad (25)$$

Con respecto a la ecuación anterior, Vasicek (1977) muestra el cálculo del precio de un bono en  $t$  que pague 1 euro en  $T$  como lo indica (Montalvo, 1998):

$$P(t, T) = A(t, T) e^{-B(t, T)r(t)} \quad (26)$$

Donde,

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a*(T-t)}}{a} \quad (27)$$

$$A(t, T) = \exp \left[ \frac{(B(t, T) - T + t)(a^2 b - \sigma^2 / 2)}{a^2} - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4a} \right] \quad (28)$$

Donde,

$$a = -\alpha \quad b = -\frac{\mu}{\alpha}$$

Siendo,

$\alpha$ : es constante, que es la velocidad de reversión a la media del proceso del modelo de Vasicek en el cálculo del ETTI

$\mu$ : es constante, que es la media del proceso del modelo de Vasicek en el cálculo del ETTI.

Y  $r(t)$  es el tipo de interés modelizado con Vasicek.

Se realiza la simulación de esta variable bajo el supuesto que la compañía va a invertir en bono del Estado con vencimiento 2020 (BCE, 2017), con los siguientes datos:

<i>PRECIO EUROBONOS ECUATORIANOS</i>				
	<i>BID</i>	<i>ASK</i>	<i>YIELD/BID</i>	<i>YIELD/ASK</i>
<i>Bono Ecuatoriano Vencimiento 2020</i>	106.048	106.605	7.192	7.684
<i>Bono Ecuatoriano Vencimiento 2014</i>	95.669	96.161	8.799	8.700
<i>Bono Ecuatoriano Vencimiento 2030</i>	95.669	96.161	8.799	8.700

*Tabla 10: Precio Eurobonos Ecuatorianos.*

*Fuente: BCE. Elaborado por el autor*

## Inmuebles

Los inmuebles es parte de los activos de una compañía de seguro que, aunque no sea de fácil liquidez en momento de su venta, arrendar parte de ella si lo es. De manera que, para valorar el inmueble hay que tener consideración los rendimientos que tiene por la parte ocupacional en alquiler.

Para obtener esta evolución de rentabilidad en el mercado inmobiliario, consideramos como mínimo la tasa libre de riesgo, adicionando una prima sobre dicha tasa, más un movimiento aleatorio ( $\epsilon_t$ ), siendo su tasa de rentabilidad el siguiente:

$$r_{inmb,t} = r_{free,t} + prima + \epsilon_t \quad (29)$$

Donde,

$r_{free,t}$ : es la tasa libre de riesgo. iniciando con una tasa de 8.10%

Prima = es la prima histórica de rentabilidad en el mercado inmobiliario.

$\epsilon_t$ : es el componente aleatorio que sigue una  $N(0, \sigma^2)$ .

Una vez, teniendo la tasa de rendimiento, se obtiene el valor de mercado del inmueble actualizándolo a dicha tasa de rentabilidad de forma continua:

$$VPInm_t = VPInm_{t-1} * e^{(r_{inmb,t} * t)} \quad (30)$$

Adicionalmente, el inmueble puede generar ingresos por alquiler, ya sea todo el inmueble o una parte de ella, para ello incluimos en la ecuación estocástica de reserva los ingresos de alquileres, siendo su modelización el siguiente:

$$Alq_t = r_{alq,t} * Ocp * VPInm_{t-1} \quad (31)$$

Donde,

$r_{alq,t}$ : es el rendimiento que se obtiene por alquilar parte del inmueble

Ocp: % de ocupación del inmueble.

Para modelizar la variable inmueble es necesario del parámetro prima histórica de rentabilidad del inmueble. Para esto, se obtiene previamente la rentabilidad bruta por alquiler del inmueble y de acuerdo a los asesores inmobiliarios, este oscila entre 7.00% y 10.00% en el sector Samborondón en el 2015 (Lozano, 2015); de manera que, el supuesto aplicable a esta variable es que la compañía tiene un inmueble valorado en

200,000.00 USD. Para calcular la prima histórica, fijamos la rentabilidad en 9.00%, a este restamos la tasa libre de riesgo esta es 8.38%, tiendo como resultado 0.68% considerando este como la prima historia de la rentabilidad de inmuebles.

Con este parámetro ya se puede modelizar la tasa de mercado inmobiliario y el valor actual del inmueble. Ahora con respecto al alquiler, se necesita saber el rendimiento cobrado por alquiler, que no es más que el rendimiento bruto por alquiler que ya se fijó en 9,00% y el porcentaje de ocupación, que se fija en 100%.

### Renta Variable – Acciones

Como renta variable se ha optado por la adquisición de acciones como uno de los mecanismos de inversión, que tiene el asegurador en invertir parte de su excedente para obtener una rentabilidad acorde al tipo de acción a invertir, para esto la proyección de valores bursátiles ayudará al asegurador a tomar una buena decisión.

Para la valoración de las acciones se toma como patrón las fluctuaciones del precio de la acción, esta se modeliza a través del Modelo Browniano Geométrico, que es un modelo de un factor, que explica la evolución continua del precio de las acciones en un determinado intervalo de tiempo, pertenece al grupo de modelos de mercados de valores.

Aplicando el Cálculo de ITO se obtiene una ecuación recursiva bajo el modelo Browniano Geométrico aplicable al modelo.

$$P_t = P_{t-1} e^{(b - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma Z_t} \quad (32)$$

Donde,

$P_{t-1}$ : es el precio de la acción del periodo anterior

$b$ : es la media histórica del tipo de interés

$\sigma$ : es la volatilidad

$Z_t$ : sigue una distribución  $N(0,t)$

Por lo que, el valor del activo de renta variable en el periodo  $t$  es:

$J(t)_{acc}$ :  $P_t$ \* Núm. de acciones

donde,

Núm. De acciones = Valor a invertir / Precio por acción

Para obtener los parámetros de las acciones, se da el supuesto de que el asegurador va invertir cierta cantidad en la empresa española Gas Natural SD, S.A.; entonces se toma los precios de las acciones diarias de los últimos 5 años de esta empresa (Finance YAhoo, 2017), que pertenece al grupo empresarial del índice bursátil IBEX35; no obstante, el asegurador puede invertir en cualquier mercado internacional incluyendo el ecuatoriano.

Para poder estimar los parámetros, se los obtiene a través de los valores de los precios de la acción en logaritmos neperianos, que son los rendimientos de la acción:

$$Rend_{acc} = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (33)$$

Con estos rendimientos se obtiene la media y la volatilidad, que son los parámetros para el modelo del precio de la acción:

<i>N</i>	<i>Válidos</i>	1277
	<i>Perdidos</i>	0
<i>Media</i>		,00062
<i>Mediana</i>		,00095
<i>Moda</i>		,000
<i>Desviación estándar</i>		,015176
<i>Varianza</i>		,000
<i>Rango</i>		,176
<i>Mínimo</i>		,098

*Tabla 11: Estadísticos descriptivos. Elaborado por el autor*

De manera que los parámetros son:

$$b = 0.0062$$

$$\sigma = 0.0151$$

Y el precio inicial es 20.08 euros por acción, que es el último que cotizo, el de julio de 2017; siendo el tipo de cambio de cierre el 31 de julio del 2017 de 1.18 USD./Euro, por lo que equivale a 23.69 Usd. el precio de la acción.

## V. METODOLOGÍA

Una vez, teniendo el modelo para cada variable y los parámetros de los mismos, se deberá aplicar en conjunto dichas variables para obtener la reserva de la empresa bajo el modelo propuesto, para esto, se realiza el método de Simulación de Monte Carlo. Este método ayudará a resolver conjuntamente las ecuaciones estocásticas planteadas anteriormente, tratando de aproximar el valor de la función de reservas, generando eventos o caminos aleatorios muchas veces que sea necesario, a los que se llamarán simulaciones.

Su funcionamiento es reproducir el evento tantas veces el usuario lo indique, es decir,  $n$  veces, siendo  $n$  los caminos aleatorios independientes del proceso estocástico que conduce al valor de la reserva  $U_i(s)$ ,  $s \in (0, t)$ , y se va obtener la probabilidad de ruina de tiempo finito; considerando el número de visitas que no concluyeron el camino aleatorio debido a que sus reservas llegaron a estar por debajo del mínimo establecido sobre el número total de simulaciones. Para la obtención de la probabilidad ruina  $\Psi_i(u, t)$ , se considerará cada camino aleatorio que concluye el proceso con un valor de 0 y cada camino aleatorio que no concluye el proceso como 1, siendo esto una variable dicotómica del evento. Se suma los 1 que se obtiene cuando termine los  $n$  caminos y se divide sobre estos  $n$  y así, se obtiene el estimador puntual de probabilidad de ruina, que no es más que la media muestral del número total de simulaciones  $n$ , es decir, la proporción de ensayos exitosos (1) sobre la muestra total generada.

$$\psi_i(u, t) = \begin{cases} 0 & \text{El proceso simulado } U_i(s) \text{ superó el mínimo en } s \text{ periodo} \\ 1 & \text{El proceso simulado } U_i(s) \text{ no superó el mínimo en } s \text{ periodo} \end{cases}$$

$$\psi(u, t) \cong \psi^{-n}(u, t) = \frac{\sum_{i=1}^n \psi_i(u, t)}{n} \quad (34)$$

Por su naturaleza dicotómica, obteniendo probabilidad de éxito  $p = \Psi(u,t)$  y probabilidad de fracaso  $q = (1 - \Psi(u,t))$  se puede deducir que sigue una distribución binomial. Ahora bien, para aplicar este modelo, se debe generar muestras independientes de la distribución especificada de cada variable que conforma la ecuación de reserva, generando números aleatorios que siguen una distribución uniforme  $U(0,1)$ , a través de la función inversa de cada distribución, para esto se utiliza algoritmos computacionales que en este caso se lo realiza a través de VBA para Excel, pero deben seguir los siguientes pasos:

Se genera el número aleatorio

$$z \leftarrow U(0,1)$$

Se especifica la Función de Distribución a aplicar

$$F(x) = z \quad (35)$$

Se aplica la función inversa en ambos miembros

$$F^{-1}(F(x)) = F^{-1}(z) \quad (36)$$

Se despeja el número deseado  $x$  de la función de distribución

$$x = F^{-1}(z) \quad (37)$$

## VI. ESCENARIO

Una vez obtenido los parámetros para cada variable, se tiene el siguiente escenario a simular:

No. de simulaciones:	1000
Patrimonio:	8,266,579.00
Reserva mínima:	8,000,000.00
Tasa libre de riesgo:	8.10%
spread:	50
<b><i>Estructura de Capital</i></b>	
Renta Fija:	20%
Renta Variable:	20%
Inmuebles:	20%
Tesorería:	40%
<b><i>Parámetros Actuariales</i></b>	
No. de siniestros:	5
alpha:	1
beta:	1,339.44
Media cuantía de siniestro:	1,339.44
Recargo de seguridad:	0.25
Prima recargada:	8,374.83

**Tabla 12:** Escenario. Elaborado por el autor



<b>Parámetros Financieros</b>			
<b>ETTI: Vasicek</b>		<b>Renta Variable: Acciones</b>	
Velocidad (a):	0.12	Precio por Acción:	23.69
Media (b):	8.9	Tasa media histórica:	0.0062
Volatilidad (s):	0.23	Volatilidad:	0.0151
<b>Inflación</b>		<b>Renta Fija: Bono</b>	
Inflación inicial:	1.12%	Vencimiento:	20 años
Velocidad (A):	-0.07	Interés Medio:	7.91%
Media (B):	1.21	Cupón:	0.4
Volatilidad (C):	0.3	Frecuencia Cupón:	Annual
<b>Inmueble</b>			
Ocupación:	100%		
Rend x arriendo:	9%		
Prima de Rentab histórica:	0.68		

*Tabla 12A: Escenario. Elaborado por el autor*

De manera que, se va realizar 1000 simulaciones para calcular la probabilidad de ruina de una empresa ABC dentro de 1 año, cuyo Patrimonio destinado a reservas es de 8,266,579.00 usd. y va invertir el tope establecido por la Ley, esto es, 60% de la reserva, invirtiendo equitativamente en Bonos, acciones e inmuebles. Con el modelo propuesto y formulado en VBA, se corre el programa para obtener la probabilidad de ruina de la empresa ABC acorde a los parámetros obtenidos y estrategia seleccionada (Ver Anexo No.2).

## VII. RESULTADOS Y DISCUSION

Como se observa en el Gráfico No.1, no todos los caminos aleatorios llegan a los 12 meses con éxito es decir por encima de 8 millones de dólares, que es la condición para no estar en ruina u operativo como lo indica la Ley; y esto equivale a que la probabilidad de ruina para la Empresa ABC es de 73%, siendo ésta muy alta, debido a que la empresa comenzó con un patrimonio muy cerca al mínimo establecido, de manera que cualquier evento macroeconómico (tasa de interés o inflación) o microeconómico (deficiencia operativa, disminución de suscriptores, alta competencia) podría ocasionar que la compañía no cumpla con la Ley, que es de tener como mínimo 8 millones de dólares como solvencia.

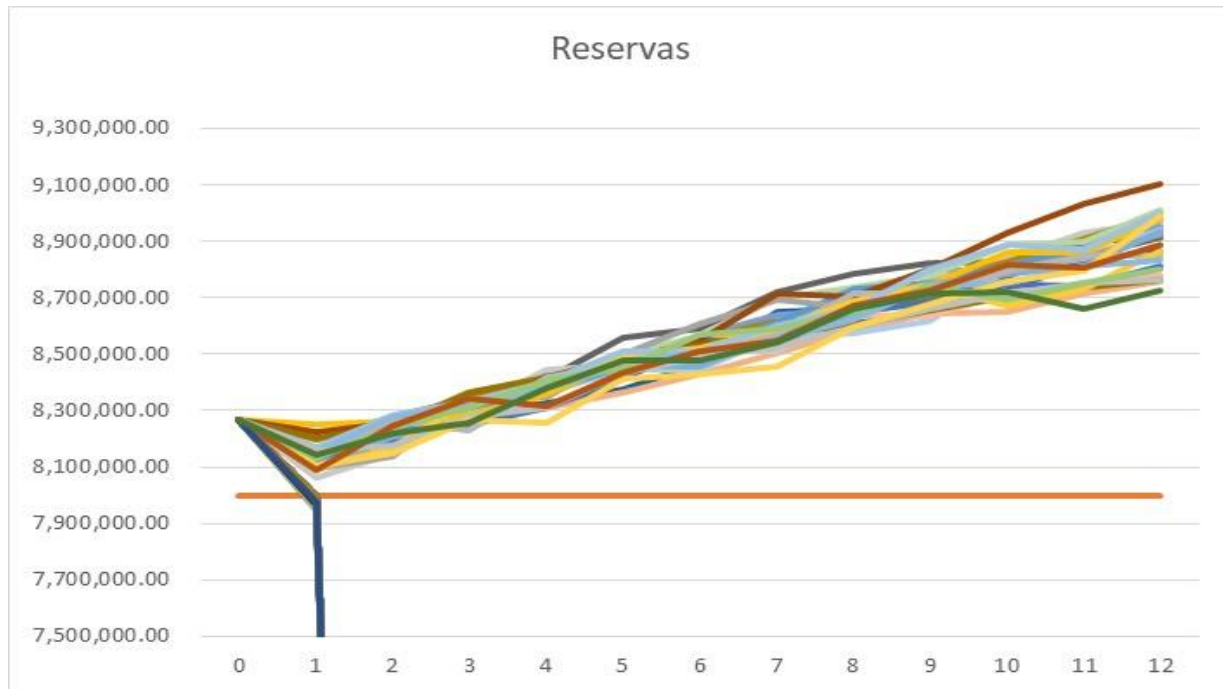
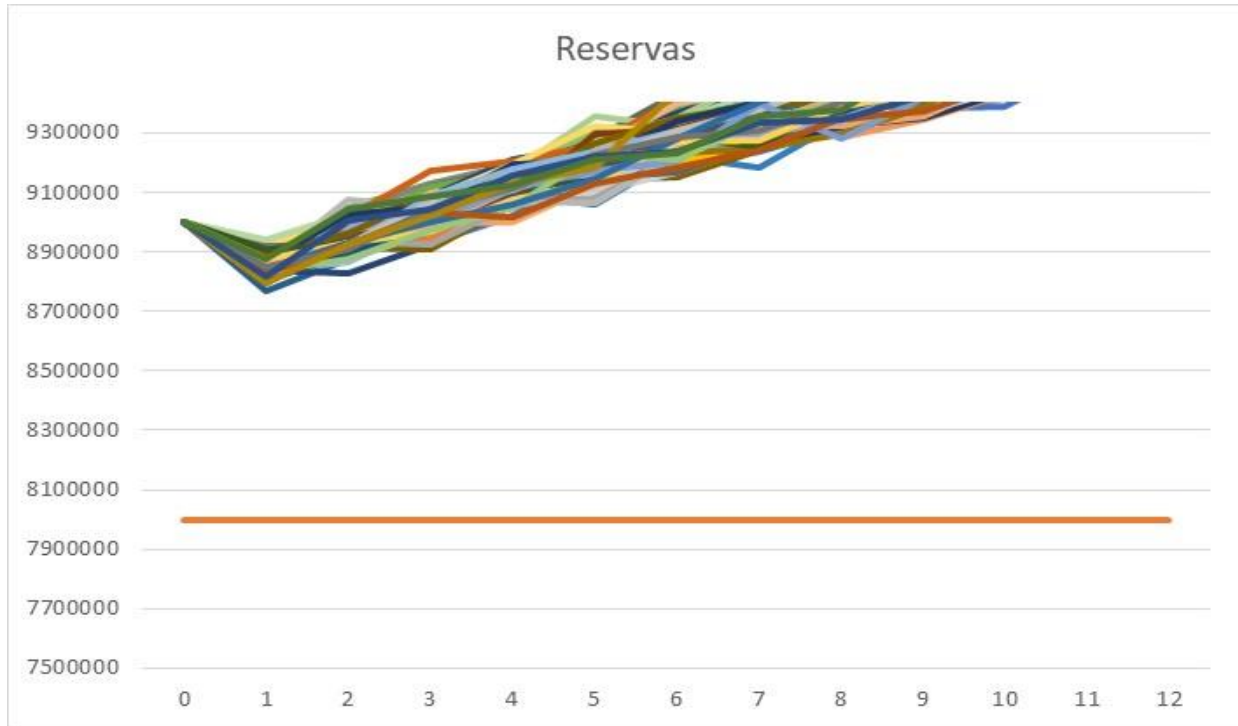


Gráfico 1: SIMULACION 1: CAMINOS ALEATORIOS. Elaborado por el autor

De manera que, se comprueba que a pesar de considerar lo señalado por la Ley de Seguros, una empresa de seguros puede llegar a no ser solvente en su año siguiente; ya que su actividad económica es muy dinámica y también puede depender de variables macroeconómicas. Una de las bondades que tiene el modelo, es que se puede modificar cualquier parámetro en el que la empresa decida y este proyecta resultados bajo los nuevos parámetros. Pudiendo darse múltiples modificaciones pero no todas pueden ser satisfactorias; por ejemplo, se puede subir el recargo de seguridad, como consecuencia la prima aumentará, por lo que ayudaría atenuar la ruina de la compañía ABC; pero este recargo de seguridad está limitado por razones comerciales. Ya que al cobrar mayores primas para cubrir un riesgo que la competencia lo cubriría por menor prima, se estaría perdiendo cuota de mercado, que a través del tiempo perjudica a la empresa.

Otras de las opciones sería en modificar la Estructura de Capital, es decir, modificar los porcentajes de participación del capital en las diferentes rentabilidades que se consideró para esta empresa, las mismas que con la primera corrida del modelo están cuasi equitativas, ya que como se observa en el Tabla No. 11 todos tienen 20% a excepción de tesorería que tiene 40%, entonces se puede decidir en pasar de una estrategia conservadora a una agresiva, por ejemplo, se puede invertir más en renta variable (subir de 20% a 40%) que en fija (bajar de 20% a 10%) y en inmuebles (bajar de 20% a 10%); pero no sería una solución viable ya que bajo una estrategia conservadora se obtuvo una probabilidad alta, si consideramos una estrategia agresiva el desenlace sería el mismo. De manera que, como opción para poder bajar la probabilidad de ruina para la empresa ABC es, aumentar el patrimonio inicial, mediante una aportación de los accionistas para recuperar la solvencia proyectada, dotando un valor adicional de 733,421.00 USD.; por lo que se iniciaría con un patrimonio de 9,000,000.00 USD.; habiendo una brecha de 1 millón con el mínimo legal. Con esta nueva aportación y ceteris paribus para los otros parámetros, se vuelve a simular; y como se observa en el gráfico siguiente ya no hay camino aleatorio que este por debajo de los 8 millones de dólares, es decir la probabilidad de ruina es 0%.



*Gráfico 2: SIMULACION 2: CAMINOS ALEATORIOS. Elaborado por el autor*

## VIII. CONCLUSIONES

Se comprueba que el mundo de seguros es muy dinámico y su principal factor que es la aleatoriedad de siniestro, hace que deba existir un monto considerable para cualquier eventualidad no controlada que pueda afectar a los clientes. En este caso concreto, la compañía con los datos estimados (e hipotéticos) actuales, no es una compañía solvente para el transcurso del siguiente año, a pesar que cumpla con los requisitos ahora. De manera que, el modelo es muy útil para prevenir insolvencia en una compañía en algún momento del tiempo.

Esto se dio por la reserva mínima que se tiene que es para toda empresa de seguros, no siendo garantía que realmente vaya ser solvente. Por lo que se debería modificar la condición de reserva mínima y no plantearlo de manera absoluta (monetaria), ya que como se ha mencionado en reiteradas ocasiones la actividad económica de las compañías de seguros es muy dinámica, siendo una mejor opción de medición un porcentaje de sus provisiones técnicas considerando el margen de riesgo que posee cada compañía de seguros, y a su vez el Estado a través de su ente regulador, podría proponer rangos de porcentaje a nivel de ramos de acuerdo al sector analizado. Se espera que este trabajo de investigación sea de soporte y de iniciativa para muchas investigaciones sobre el sector de seguros, en las que pueden continuar con el modelo, aprovechando un modelo robusto y de acoplamiento; ya sea mejorando las variables propuestas o agregando otras no consideradas como el caso de participación de dividendos u otras condiciones que la Ley de Seguros establece y así no solo que se aplique al ramo de vehículos sino a los otros ramos existentes. Adicionalmente, se espera que exista el interés de este tipo de investigación a las empresas de seguros, ya que actualmente es difícil obtener una base de datos al detalle en la que se pueda encontrar este tipo de información que facilite las investigaciones.

## REFERENCIAS

- ANT. (2017). *AGENCIA NACIONAL DE TRANSITO*. Obtenido de <http://www.ant.gob.ec/index.php/descargable/file/4193-siniestros-julio-2017>
- BCE. (2017). *Banco Central del Ecuador*. Obtenido de <https://www.bce.fin.ec/index.php/component/k2/item/267-tasas-de-inter%C3%A9s-y-cotizaciones>
- Canavos, G. C. (1995). *Probabilidad y Estadística, Aplicaciones y Métodos*. México: Mc Graw Hill.
- Cramér, H. (1930). *On the mathematical theory of risk*. Centraltryckeriet.
- Daykin, C., Pentikäinen, T., & Pesonen, M. (1993). *Practical Risk Theory for Actuaries*. London: Chapman & Hall.
- DGSFP. (Abril de 2017). *Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones*. Obtenido de <http://www.dgsfp.mineco.es/sector/Memoriasinformesanteriores.asp>
- E. K., & R. K. (2007). *Modelo para el precio de las acciones*. Obtenido de [http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/mamaeusch/veroeffentlichungen/ver\\_texte/bm\\_aktienkurse\\_s.pdf](http://optimierung.mathematik.uni-kl.de/mamaeusch/veroeffentlichungen/ver_texte/bm_aktienkurse_s.pdf)
- Expansión, Datosmacro. (2017). Obtenido de <http://www.datosmacro.com/deuda/espana/tesoro/bonos-5-anios>
- Finance Yahoo. (2017). *Gas Natural SDG, S.A. (GAS.MC)*. Obtenido de <https://es.finance.yahoo.com/quote/GAS.MC/history?period1=1337378400&period2=1495144800&interval=1d&filter=history&frequency=1d>
- ICEA. (Abril de 2017). *Investigación Cooperativa entre Entidades Aseguradoras y Fondos de Pensiones*. Obtenido de [http://www.icea.es/es-es/informaciondelseguro/paginas/visor.aspx?url=%2fes-es%2finformaciondelseguro%2falmacendatos%2fevolucion+del+sector%2f2016%2f4t16%2fpri mas\\_autos\\_12m16.xls&FromMenu=%2fes-es%2finformaciondelseguro%2fvisiontiponegocio%2fautomoviles%](http://www.icea.es/es-es/informaciondelseguro/paginas/visor.aspx?url=%2fes-es%2finformaciondelseguro%2falmacendatos%2fevolucion+del+sector%2f2016%2f4t16%2fpri mas_autos_12m16.xls&FromMenu=%2fes-es%2finformaciondelseguro%2fvisiontiponegocio%2fautomoviles%)
- Kuttner, K. N. (2001). Monetary policy surprises and interest rates: Evidence from the Fed funds futures market. *Journal of monetary economics*, 47(3), 523-544.
- Lozano, G. (2015). *BIENES RAICES ECUADOR*. Obtenido de Casa Venta Guayaquil: <http://www.casaventaguayaquil.com/2015/07/como-definir-el-precio-de-alquiler.html>
- Lundberg, F. (1909). Uber die Theorie der Ruck-versicherung. In *Trans VI International Congress Actuaries* (pp. 877-955)
- Mariscal, R., Powell, A., & Tavella, P. (2014). On the Credibility of Inflation Targeting Regimes in Latin America (No. 6604). Inter-American Development Bank.
- Montalvo, J. G. (1998). Tipo de Interés a Corto Plazo en España. *Revista de Economía Aplicada EA*, 5 - 26.
- Montoya, J. S. (2009). *Análisis, Descripción y Simulación de Modelos Estocásticos de Tasas de Interés*. Medellín: UNiversidad Eafit. Obtenido de [https://repository.eafit.edu.co/bitstream/handle/10784/4604/21%20AnálisisDescripción\\_SimulaciónTasasInterés.pdf?sequence=1](https://repository.eafit.edu.co/bitstream/handle/10784/4604/21%20AnálisisDescripción_SimulaciónTasasInterés.pdf?sequence=1)
- Pentikäinen, T.; Bonsdoff, H.; Pesonen, M.; Rantala, I.; Ruohonen, M. (1989): Insurance Solvency and Financial Strength. Finnish Insurance Training and Publishing Company Ltd.

- Sinkala, W. (1997). Embedding the Vasicek model into the Cox-Ingersoll-Ross model. *Mathematical methods in the applied sciences*, 152-159.
- SUPERCIAS. (s.f.). *SUPERINTENDENCIA DE COMPAÑIAS Y SEGUROS*. Obtenido de <http://appscvs.supercias.gob.ec/portallInformacion/seguros.zul>
- TRANSITO, A. N. (s.f.). *ANT*. Obtenido de <http://www.ant.gob.ec/index.php/descargable/file/4193-siniestros-julio-2017>
- Universidad da Coruña. (1991). *Método de Euler*. Obtenido de [http://caminos.udc.es/info/asignaturas/master\\_iccp/miccp521/images/Imagenes\\_complementarios/03-EdosTeoria.pdf](http://caminos.udc.es/info/asignaturas/master_iccp/miccp521/images/Imagenes_complementarios/03-EdosTeoria.pdf)
- Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*, 5(2), 177-188.
- Wilkie, D. (1986): "A Stochastic Investment Model for Actuarial Use", *Transactions of the Faculty of Actuaries*, núm. 9, pp.341-403.

## ANEXOS

**ANEXO No. 1**  
**Ranking de comisión de Asesores- Productores de Seguro por Ramo**

Nombre de Institución	Código de Institución	Credencial	Valor de Comisión	Porcentaje
SERVISEGUROS S.A.	1480	00049	1,516,299.90	273.53%
COLCORDES SOCIEDAD ANONIMA	1527	00352	1,122,201.03	202.44%
ECUAPRIMAS CIA. LTDA.	1588	10127	1,058,900.43	191.02%
QUALITYSEG S.A. AGENCIA ASESORA PRODUCTORA DE SEGUROS	3981	10338	840,503.07	151.62%
ZHM SEGUROS S.A. AGENCIA ASESORA PRODUCTORA DE SEGUROS	1545	00591	566,270.25	102.15%
LA MISION S.A. SEGUMISION	1629	10237	514,617.15	92.83%
CIAROS S. A.	1569	10058	414,920.26	74.85%
ATESEGU ATS S.A.	1492	00103	329,469.00	59.43%
ROSENEY SALCEDO Y ASOCIADOS S.A. RSA	1609	10187	246,542.94	44.47%
ECUAPATRIA CIA. LTDA.	1473	00016	145,132.56	26.18%
AGENCIA PRODUCTORA DE SEGUROS "JALILBROKERS S.A."	3894	10306	134,766.84	24.31%
DEL PACIFICO CIA. LTDA.	1587	10126	127,047.10	22.92%
INSEGEN S.A.	1574	10089	123,330.77	22.25%
CONSOLTI S.A.	3693	10273	104,746.81	18.90%
DATILES SEGUDATILES S.A.	1579	10106	104,096.40	18.78%
PLAZA CIA. LTDA.	1508	00174	94,681.95	17.08%
INTELBROKER S.A. AGENCIA ASESORA PRODUCTORA DE SEGUROS	3954	10326	86,492.29	15.60%
SERVIBROKER S.A. AGENCIA ASESORA PRODUCTORA DE SEGUROS	3970	10332	85,005.85	15.33%
MARSEGUROS S.A.	1559	10021	83,569.00	15.08%
			<b>Media:</b>	<b>25.03%</b>

Fuente: Superintendencia de Compañías, Valores y Seguros del Ecuador

**ANEXO No. 2**  
**RESULTADOS DEL PROGRAMA EN VBA**

Problema:

UserForm1

**Modelo Estocástico**

$U(t) = U(t-1) + B(t) + J(t) - X(t) - E(t)$

Calcular Nueva Consulta

Horizonte Temporal: 1 Patrimonio: 8266579 Prob. de Ruina: 0,73 Ratio Combinado: 0  Gráfico

No. de Simulaciones: 100 Reserva legal Mínima: 8000000 Intervalo: -0,14016053 1,60016053k Media de Reserva: 9949638,366 DT reserva:

Primas% RC: 0 Otras Garantías: 1 Tasa Libre de Riesgo: 8,1 VaR:  Media de Siniestros: 1753,73168299481

Spread: 50 TIR: -0,363709367190' Desv. Stándar S.:

**Siniestralidad S(t)**

Responsabilidad Civil: 0 Otras Garantías: 5

LogNormal

Media: 0 Alpha: 1

Desv. Stándar: 0 Beta: 1339,44

**Otras Variables**

Franquicia: 0

Límite: 0

**Recargo de Seguridad**

Responsabilidad Civil: 0 Otras Garantías: 0,2505

**Inflación I(t)**

Inflación Inicial: 1,12 Modelo: VASICEK

Velocidad (A): -0,07 Velocidad (a): 0,12

Media (B): 1,21 Media (b): 8,90

Volatilidad (C): 0,30 Volatilidad (c): 0,23

**ETTI r(t)**

**Cartera de Inversión I(t)**

Renta Fija: 20 %

Renta Variable: 20

Inmuebles: 20

Tesorería: 40

**Renta Variable - Acciones**

Precio por Acción: 17,92

Tasa media histórica %: 0,31

Volatilidad: 0,28

**Inmueble**

Ocupación del Inm. %: 100,00

Rend. por arriendo %: 9,00

Prima de Rentab. histórica %: 0,68

**Renta Fija - Bono**

Tipo de Bono: Flotante (E)

Tiempo de Vencimiento: 20 años

Interés Medio: 7,91

Cupón: 0,4 %

Frecuencia cupón: Anual

Reservas | Siniestralidad | ETTI | Inflación | Acción

Solución:

UserForm1

**Modelo Estocástico**

$U(t) = U(t-1) + B(t) + J(t) - X(t) - E(t)$

Calcular Nueva Consulta

Horizonte Temporal: 1 Patrimonio: 9000000 Prob. de Ruina: 0 Ratio Combinado: 0  Gráfico

No. de Simulaciones: 100 Reserva legal Mínima: 8000000 Intervalo: 0 0 Media de Reserva: 9260185,275 DT reserva:

Primas% RC: 0 Otras Garantías: 1 Tasa Libre de Riesgo: 8,1 VaR:  Media de Siniestros: 1342,59750655608

Spread: 50 TIR: -0,363709367190' Desv. Stándar S.:

**Siniestralidad S(t)**

Responsabilidad Civil: 0 Otras Garantías: 5

LogNormal

Media: 0 Alpha: 1

Desv. Stándar: 0 Beta: 1339,44

**Otras Variables**

Franquicia: 0

Límite: 0

**Recargo de Seguridad**

Responsabilidad Civil: 0 Otras Garantías: 0,2505

**Inflación I(t)**

Inflación Inicial: 1,12 Modelo: VASICEK

Velocidad (A): -0,07 Velocidad (a): 0,12

Media (B): 1,21 Media (b): 8,90

Volatilidad (C): 0,30 Volatilidad (c): 0,23

**ETTI r(t)**

**Cartera de Inversión I(t)**

Renta Fija: 20 %

Renta Variable: 20

Inmuebles: 20

Tesorería: 40

**Renta Variable - Acciones**

Precio por Acción: 17,92

Tasa media histórica %: 0,31

Volatilidad: 0,28

**Inmueble**

Ocupación del Inm. %: 100,00

Rend. por arriendo %: 9,00

Prima de Rentab. histórica %: 0,68

**Renta Fija - Bono**

Tipo de Bono: Flotante (E)

Tiempo de Vencimiento: 20 años

Interés Medio: 7,91

Cupón: 0,4 %

Frecuencia cupón: Anual

Reservas | Siniestralidad | ETTI | Inflación | Acción